Der Fahrdiagraph von Udo Knorr auf dem Analogrechner

Rainer Glaschick, Paderborn\
rainer@glaschick.de
2021-10-29

Der *Fahrdiagraph* von Udo Knorr ist der erste mechanische Analogrechner zur Lösung von Differentialgleichungen, von dem eine praktisch eingesetzte Version Ende 1921 fertiggestellt wurde, siehe [Bülow1989], S.11. Er wurde zur Berechnung der Fahrzeit von Zügen eingesetzt. Vergleichbar, wenn auch umfangreicher und flexibler, ist der *differential analyser* von Vannevar Bush in den USA, der ab 1928 entwickelt und gebaut wurde.

Ein Nachbau der Maschine in ihrer ursprünglichen Form liegt durchaus im Bereich des Möglichen; im Gegensatz zu manchem späteren Computer sind keine Spezialteile notwendig, die nicht mehr im Handel sind und deren Nachbau unverhältnismäßig teuer ist. Auch wenn es die klassische mechanische Werkstatt nicht mehr gibt, ist es keine Aufgabe, die nicht mit einem moderaten Budget zu lösen wäre.

Auch wenn eine solche Maschine ein eindrucksvolles Stück für jedes einschlägige Museum wäre, bleibt das Problem, das eine Vorführung nicht ohne weiteres möglich ist, da zwei Bediener erforderlich sind, die speziell dafür eingewiesen sein müssen.

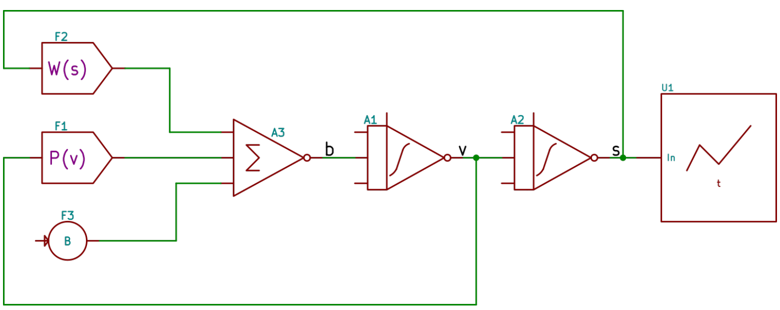
Da zudem die Elemente elektronischer Analogrechner heute sehr preiswert sind, soll im folgenden untersucht werden, ob und wie ein Fahrdiagraph damit realisierbar und vorführbar ist.

Für eine Vorführung müssen konkrete Zahlenwerte bereitgestellt werden, die möglichst nahe an den Originalaufgaben liegen. Durch Knorrs Artikel [Knorr1924] ist dies möglich; es werden sogar zwei Beispiele dort ausreichend genau dargestellt. Die Berechnung erfolgte im wesentlichen für die damals neu eingeführten elektrischen Lokomotiven, für die die Fahrzeit neu bestimmt werden musste.

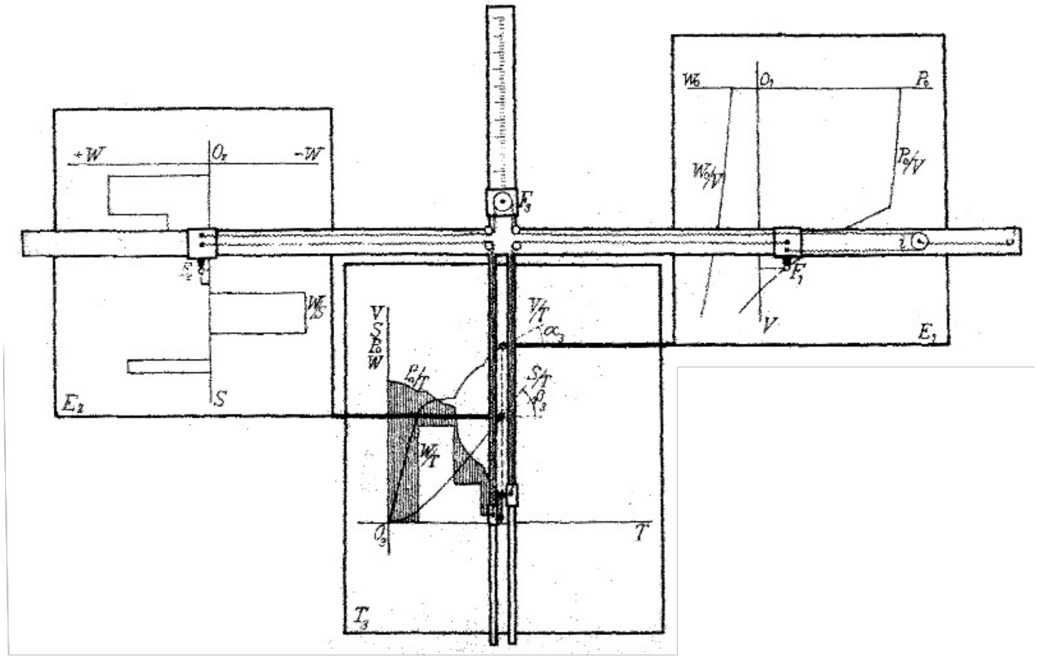
In den Zahlenwerten wird anstelle des üblichen Dezimal-Kommas der Punkt verwendet. Für Minuten und Sekunden wird im Text der Klarheit wegen die Abkürzung *min* und *sec*, in Formeln jedoch immer `m` und `s` verwendet.

1. Der Fahrdiagraph

Der Fahrdiagraph ist ein mechanischer Analogrechner, der aus der Beschleunigung durch zweifache Integration den Weg berechnet. Die Beschleunigung wird als Summe dreier Funktionen F_1, F_2 und F_3 dargestellt, wobei F_2 der vom Weg abhängige Streckenwiderstand, F_1 die von der Geschwindigkeit abhängige Zugkraft und F_3 die Bremskraft der Zugbremse ist. In der Notation eines elektronischen Analogrechners sieht das so aus:



Die Funktionen werden während der Rechnung vom Bediener mittels Schiebern eingestellt; für F_1 und F_2 werden Blätter mit den gewünschten Funktionsverläufen auf Tafeln aufgelegt und die horizontalen Schieber dem Funktionsverlauf nachgeführt, während der Schieber F_3 senkrecht mit einer Skala eingestellt wird:



Links ist die Tafel für den Streckenwiderstand; diese Tafel wird von der Maschine senkrecht zum Schieber gemäß dem berechneten Weg verschoben; die rechte Tafel bestimmt in gleicher Art die Zugkraft als Funktion der Geschwindigkeit, und in der Mitte ist eine Trommel (hier als Tafel dargestellt), die in gleicher Richtung wie die Tafeln als Funktion der Zeit verschoben wird und auf der Weg und Geschwindigkeit aufgezeichnet werden.

Im Gegensatz zum elektronischen Analogrechner ist die Zeit hier nicht die reale Zeit, sondern gleichfalls ein mechanischer Weg, der von einem Kurbelantrieb gegeben wird; somit kann jederzeit angehalten und je nach Komplexität der Funktionen mehr oder minder schnell berechnet werden.

Der vom Weg abhängige Anteil der Beschleunigung ist der Fahrwiderstand der Strecke, der hier, obwohl bremsend, positiv notiert ist und bei einem Gefälle auch negativ werden kann. Er wird bei allen Beispielen von Knorr als Treppenfunktion dargestellt; vermutlich, weil er in dieser (digitalen) Form als Tabellen gegeben war. Natürlich steigt bei Beginn einer Steigung auf der Strecke erstens diese nicht mit einem Knick, und zweitens in dem Maße, wie ein Teil des Zuges auf der anderen Steigung befindlich ist. Da diese Signale integriert werden, ist der unnatürlich abrupte Wechsel jedoch kein Problem.

Der von der Geschwindigkeit abhängige Summand ist die resultierende Zugkraft der Lokomotive. Darin enthalten ist einerseits der Fahrtwiderstand des gesamten Zuges auf ebener Strecke, der in etwa quadratisch mit der Geschwindigkeit steigt (Rollwiderstand und Luftwiderstand). Die Zugkraft der Lokomotive ist gleichfalls von der Geschwindigkeit abhängig, weil die verwendeten Reihenschluss-Elektromotoren ein mit der Geschwindigkeit abnehmendes Drehmoment liefern. Die mechanischen Verluste des Antriebs werden dabei eingerechnet.

Damit wäre nur die Berechnung einer Fahrt möglich, bei der zu Beginn der Fahrtregler auf volle Leistung gestellt und dort belassen würde; es fehlen somit der Eingriff des Lokomotivführers, der vor einem Bahnhof oder einem Gefälle rechtzeitig den Antrieb abschalten und ggf. sogar bremsen muss. Da die optimale Fahrzeit berechnet werden soll, werden nur die drei Betriebsfälle

- Fahren mit voller Leistung
- Fahren ohne Antrieb
- Bremsen

verwendet.

Für letzteres wird der Schieber F_3 in der Mitte verwendet und plausiblerweise vorausgesetzt, dass die Bremskraft unabhängig von der Geschwindigkeit ist.

Für die Umschaltung der beiden anderen Fälle sind auf der Tafel für F_1 zwei Diagramme notiert, links der geschwindigkeitsabhängige Fahrwiderstand $W_0\ (v)$ auf ebener Strecke, und rechts die (maximale) Zugkraft $P(v)$ der Lokomotive, wobei hier der Fahrwiderstand $W_0\ (v)$ bereits berücksichtigt ist. Wenn der Lokführer den Antrieb ab- oder abschaltet, muss der Bediener die jeweils andere Kurve verwenden.

In dem Diagramm für den Fahrwiderstand ist immer angegeben, dass auch bei der Geschwindigkeit Null ein Minimalwiderstand vorhanden ist, was auch technisch sinnvoll ist. Da dieser Widerstand aber als negative Beschleunigung verwendet wird, würde dies zu einer Rückwärtsfahrt im Stand führen. Gleiches gilt für die Bremskraft F_3. Diese Fälle wurden wohl der Einfachheit halber bei der Bedienung vermieden, indem bei Stillstand des Zuges beide Regler auf Null gestellt wurden.

Die Maschine ist nach Knorr auch zur Bestimmung des optimalen Einfahrens in einen Bahnhof geeignet, indem die Antriebskurbel in Gegenrichtung bewegt wird.

2. Analyse der Strecke Lindau-Oberstaufen

In seinem Artikel [Knorr1924] findet sich auf Tafel 35 das Beispiel einer Fahrt von Lindau nach Oberstaufen.

2.1. Antrieb

Die Angabe der Zugkraft oder Beschleunigung verwendet *kg/t* als Maßeinheit, wobei das bis 1978 mit *kp* bezeichnete *Gewichtskilogramm* gemeint ist. Daher wird hier *kp/t* geschrieben; es ist:

1 kp/t = (9.81 kg m s²) / (1000 kg) ~ 0.01 m/s²

In Abb. 1 links ist die Antriebskraft P_0 der Lokomotive sowie der Fahrwiderstand W_0 auf gerader ebener Strecke als Funktion der Geschwindigkeit angegeben.

Für den Fahrwiderstand W_0 ist abzulesen, dass dieser bei kleinsten Geschwindigkeiten mit einem Basiswert von 2.5 kp/t startet und ungefähr quadratisch auf 8.0 kp/t bei 90 km/h ansteigt; der Wert in der Mitte bei 45 km/h liegt bei 4.0 kp/t. (Linear wären dies 5.25 kp/t.)

Die Kurve für die Antriebskraft P_0 beginnt mit 21 kp/t. Sie zeigt eine Aufspaltung bei 43 km/h mit 19 kp/t in einen Teil, der leicht gekrümmt bis 67 km/h mit 17.5 kp/t geht und dann steil auf den Nullpunkt bei 92 km/h abfällt. Der andere Teil fällt stärker ab, bis er bei 76 km/h bei 10 kp/t die andere Kurve trifft.

Aus dem Fahrdiagramm darüber sieht man, dass die zweite Kurve benutzt wurde; ob dies an Geschwindigkeits-beschränkungen der Strecke oder zur Vermeidung von Überhitzungen der Motoren liegt, ist nicht angegeben.

Berücksichtigt man, dass die Kurve für die Antriebskraft P_0 den Fahrwiderstand W_0 enthält, so ist der Abstand der beiden Kurven die ursprüngliche Zugkraft der Lokomotive mit folgenden Eckdaten:

```
km/h  kp/t
0      23
43     23
76     16
100     7
```

Nimmt man die obere Kurve, so erhält man einen fast linearen Abfall ab 67 km/h:

```
km/h  kp/t
0      23
67     23
100     7
```

Eine Klärung erfordert einen Fachmann für Eisenbahnen.

2.2. Fahrt

Der Zug beschleunigt am Anfang in knapp einer Minute von 0 auf 42 km/h. Da 42 km/h = 12 m/s sind, ist das eine Beschleunigung von 0.2 m/s². Angegeben ist eine effektive Beschleunigung von 21 kp/t = 0.21 m/s², also eine sehr gute Übereinstimmung. Bis zu diesem Zeitpunkt hat der Zug eine Strecke von 180m zurückgelegt.

Die erste Steigung beginnt nach ca. 1 km und dem Erreichen des Festlands mit einem Wert von 8 kp/t = 0.08 m/s², steigt dann zwischen Holben und Schönau auf 12 kp/t = 0.12 m/s².

Die Geschwindigkeit bleibt dann bis Oberreitnau etwa konstant bei 70km/h; entsprechend sind die von der Lokomotive erbrachte Beschleunigung von 12 kp/t gleich dem Streckenwiderstand, wie man im Diagramm deutlich sieht.

Kurz vor Oberreitnau steigt dann die Geschwindigkeit kurzzeitig auf 75 km/h, vermutlich durch den geringen Streckenwiderstand von 2 kp/t in Oberreitnau (Bahnhof und Führung entlang der Oberreitnauer Ach). Dies führt lt. Diagramm zu einer Bremsung für ca. 30 s, während zugleich der Streckenwiderstand wieder auf 12 kp/t = 0.12 m/s² ansteigt. Eine Reduktion der Geschwindigkeit um 9 km/h = 2.5 m/s in 30 s bedeutet eine Verzögerung von 0.08 m/s², also müsste nur der Antrieb auf 0.04 m/s² = 4 kp/t zurückgenommen werden. Es wird aber lt. Diagramm mit mindestens 5 kp/t zusätzlich zum Streckenwiderstand, also insgesamt 17 kp/t = 0.17 m/s², was über eine Dauer von 30 s die Geschwindigkeit um 5.1 m/s = 18 km/h senken sollte.

Bei Hergensweiler springt die akkumulierte Strecke zurück auf 0 km. Offenbar wird die Rechnung angehalten, der Weg-Integrierer zurückgesetzt, und die Rechnung dann, beginnend bei 0, fortgesetzt. Höchstwahrscheinlich wird auch ein neues Blatt für den Streckenwiderstand aufgelegt. Die bislang integrierte Geschwindigkeit wird notwendigerweise beibehalten.

Der Grund für dieses Vorgehen liegt wohl darin, dass sonst das Diagramm des Streckenwiderstands zu unhandlich wäre; anders gesagt, dass dessen Auflösung zu gering wäre. Einige der Abschnitte umfassen gerade 0.5km der 52km langen Strecke. Nimmt als Dimensionen der Tafeln 30cm an, so wären das 3mm Um noch halbwegs gut rechenen zu können, müßte daher die Mechanik deutlich genauer sein. Bei einer Teilung in drei Diagramme ist dann der Abstand schon 9mm und somit weitaus besser durch den Bediner nachvollziehbar.

Man beachte, dass es die Aufgabe der Fahrdiagraphen war, die Fahrzeit und auch die Geschwindigkeiten auf der Strecke zu bestimmen; die Wege auf der Strecke sind ja vorgegeben.

Zwischen Schlachters und Hergatz ist dann der Streckenwiderstand zeitweise sehr gering, so dass mit kleinerer Antriebsleistung dennoch der Zug durch Hergatz mit fast 90 km/h, der Höchstgeschwindigkeit auf ebener Strecke, fährt, um dann auf der weiteren Strecke wie zu Anfang mit 12 kp/t bei gleichem Streckenwiderstand mit 70 km/h zu fahren.

Merkwürdigerweise liegt dann zwischen Hergatz (600 m über NN) und Röthenbach (663m) der Streckenwiderstand gleichmäßig bei 10 kp/t bei einem Höhenunterschied von 63m auf 22km Strecke, während zu Anfang zwischen Lindau / Holben(401m) und Oberreitnau (460m) der Höhenunterschied gleichfalls 60m ist, aber auf weniger als 7km überwunden wird. Ausser zwei großen Bögen bei Mariathann und Opfenbach ist die Strecke ab Hergatz auch nicht übermäßig kurvig, sondern folgt eher dem Bach Laiblach.

Am Ende der Strecke wird der Zug in einer Minute von 75 km/h = 21 m/s auf 0 abgebremst; das ist eine Verzögerung von 0.35 m/s² = 35 kp/t. Zu Anfang ist der Streckenwiderstand noch 10 kp/t und der Fahrwiderstand 5 kp/t, so dass die Bremsen zunächst nur 20 kp/t aufbringen müssten; zum Schluss jedoch sind das nicht mehr als 3 kp/t, so dass eine Bremsverzögerung von mindesten 33 kp/t verfügbar sein muss. Die maximal mögliche Verzögerung im Schienenverkehr liegt bei etwa 1 m/s² = 100kp/t.

Offenbar sind die Strecken auf einen maximalen Fahrtwiderstand von 15 kp/t = 0.15 m/s² ausgelegt.

Der Streckenwiderstand des Beispiels ist nur bei 21 km Weg kurz negativ, d.h. ein Gefälle. Beim Durchfahren in Gegenrichtung wären die Verhältnisse wesentlich anders, weil dann im wesentlichen Gefälle mit 10 kp/t vorliegen würden und der Zug meist mit 100 km/h fahren würde, da dort der Fahrtwiderstand im Leerlauf der Motoren bei diesem Wert liegen würde.

In dem kombinierten Ergebnisdiagramm 1a ist dem Zeichner bei der mittleren senkrechten Wegachse ein Fehler unterlaufen: Die dritte Markerung muss 15km (nicht 20km) lauten. Erstens wäre die Skala sonst nicht linear, und zweitens passt sie nur so zum Digramm 1c, bei dem der Bahnhof Hergensweiler bei 17km liegt.

2.3. Vereinfachte Fahrt

Zur Demonstration der Maschine wird ein vereinfachtes Beispiel benötigt.

Hierzu müsste ein einfacher Streckenverlauf von 10 km mit der Überwindung eines Berges zwischen zwei Stationen ausreichend sein, bei dem der Streckenwiderstand aus vier Abschnitten besteht:

- 1km Ausfahrt aus dem Bahnhof (Streckenwiderstand Null)
- 5km Steigung mit einem Widerstand von 10 kp/t = 0.1 m/s²
- 3km Gefälle mit -7 kp/t = 0.07 m/s²
- 1km Einfahrt in den Zielbahnhof

mit den weiteren Daten:

- Fahrwiderstand des Zuges auf ebener Strecke: 3 kp/t = 0.03 m/s² bei 0 km/h, linear steigend auf 10 kp/t = 0.1 m/s² bei 100km/h.
- Beschleunigung durch die Lokomotive von 25 kp/t = 0.25 m/s² gleichbleibend bis 45km/h, dann linearer Abfall auf 7kp/t = 0.07 m/s² bei 100 km/h.
- Bremskraft zwischen 0 und 30 kp/t = 0.3 m/s²
- Zulässige Höchstgeschwindigkeit des Zuges: 100 km/h

Die manuelle Berechnung der Strecke findet man im Anhang; sie zeigt deutlich, das eine genaue Berechnung sehr aufwändig ist und insbesondere die Berechnung der Rückfahrt schwieriger ist als die der Hinfahrt. Zudem wurden sehr viele Vereinfachungen vorgenommen, so dass die Ergebnisse nicht sehr vertrauenswürdig sind.

3. Übertragung auf elektronische Analogrechner

Der wesentliche Unterschied des elektronischen gegenüber dem mechanischen Analogrechner besteht darin, dass der erstere immer nach der tatsächlich ablaufenden Zeit integriert, während letzterer dies nach einer mechanischen Größe wie der anderen Variablen auch durchführt.

Beim Fahrdiagraphen wird die Zeit durch Drehen einer Kurbel dargestellt; die Rechnung kann daher so schnell durchgeführt werden, wie es die Bediener der Funktionstafeln (und die Mechanik) zulassen.

Die Übernahme in eine elektronischen Analogrechner entspricht damit dem dass anstelle der Kurbel ein Motor angeschlossen ist, der lediglich angehalten, dessen Geschwindigkeit aber ansonsten nicht verändert werden kann.

Eine Rechnung in Echtzeit ist weder beim Fahrdiagraphen noch bei Verwendung eines elektronischen Analogrechners sinnvoll.

3.1. Skalierung

Wie beim mechanischen Analogrechner werden den realen Größen analoge Variablen, hier Spannungen bzw. Ströme zugeordnet, die durch einen Maschinenfaktor den Realzahlen im Bereich von -1 .. -1 zugeordnet werden. Diese werden, wenn nötig, mit der Einheit *ME* versehen.

Für alle Lösungen gleich ist die Skalierung der Rechengrößen; es werden die Werte des einfachen Beispiels verwendet.

Die aktuellen Werte sind dann Bruchteile der Maschineneinheit mit den Maxima, die 1 ME entsprechen:

- Weg: 10km
- Geschwindigkeit: 100 km/h = 28 m/s

- Beschleunigung: 30 kp/t = 0.3 m/s²

Die Rechnung soll (anstelle von 11 min) so schnell durchgeführt werden wie es die Eingabe und Ausgabegeräte zulassen. Daher wird der Faktor 20 für die Zeit verwendet, so dass 11 min echte Fahrzeit in 33 sec durchlaufen werden.

Daher wird ein weiterer Integrierer benötigt, der die Fahrzeit mit dem Faktor 1 ME = 40 sec anzeigt. Da die Integrierer meist mit 1 ME/s integrieren, muss der Eingang mit 1/40 = 0.025 bewertet werden.

Der Faktor vor dem zweiten Integrierer (Geschwindigkeit -> Beschleunigung) wäre in Realzeit 10/h = 0.0028/s; wegen der Zeitskalierung ist er 0.056/s. Wird mit der Maximalgeschwindigkeit von 1 ME = 100 km/h = 28 m/s integriert, so wird der Weg von 10km nach 18 sec erreicht; da die mittlere Geschwindigkeit 55km/h = 0.55 ME ist, sind es die oben angegebenen 33 sec.

Entsprechend ist das Verhältnis von Maximal-Beschleunigung zu -Geschwindigkeit 0.0107/s und wegen der Zeitskalierung 0.2143/s, so dass der Eingang des ersten Integrierers mit diesen 0.214 zu gewichten ist.

Die Wechsel des Streckenwiderstands nach 1 km, 6 km und 9 km erfolgen nach ca. 3 sec, 18 sec und 27 sec auf die neuen Werte 0.333, -0.233 und 0 .

Ist nur ein Beschleunigungspotentiometer vorhanden, wird wie folgt vorgegangen:

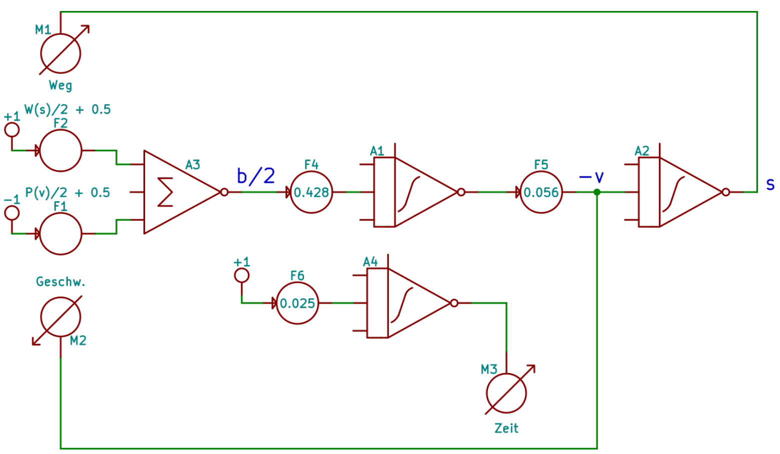
- zu Beginn wird auf 20 kp/t oder +0.67 eingestellt,
- ab Geschwindigkeit 45 km/h wird vermindert, bis mit 15 kp/t (0.5 ME) die Geschwindigkeit stabil bei 70 km/h bleibt,
- ab 6 km Weg die Geschwindigkeit auf 100 km/h steigen darf und beim Erreichen die Beschleunigung reduziert wird,
- bei 8 km Weg in eine Bremsung mit 20 kp/t eingeleitet wird.

Sollte der verwendete Analogrechner mit dem kleinen Faktor vor dem Integrierer für den Weg zu ungenau rechnen, kann die Rechnung wieder in zwei Teile unterteilt und bei 6km Weg angehalten und der Weg zurückgesetzt werden. Allerdings ist das doppelte Gewicht 0.1111 zu groß, da damit nur bis 5km gerechnet werden kann. Für das Gewicht 0.1 ist dann die Skalierung anzupassen.

3.2. Minimalversion

In der Minimalversion werden die beiden Funktionsgeneratoren durch Potentiometer ersetzt, die von dem Bediener während der Laufzeit verändert werden. Das entspricht der Funktionalität von Knorr's Apparat. Wie von Knorr angegeben, wird die Bremsung durch das Potentiometer für die Beschleunigung bewirkt.

In konventioneller Notation:



Die Rückführung erfolgt durch die Bediener; Knorr's Apparat vereinfacht dies, indem er die Eingabeschieber mit der Anzeige der aktuellen Werte und einer Sollkurve zusammenführt.

Dazu muss der Bediener auf jeden Fall folgende Werte angezeigt bekommen:

- die Geschwindigkeit *v*
- der zurückgelegt Weg *s*

Sinnvoll sind zusätzlich:

- die Zeit *t*
- die effektive Beschleunigung *b*

Falls keine Plotter verfügbar sind, werden die Werte auf Analog-, Digital- oder Kombinations-Instrumenten angezeigt.

Zur Eingabe dienen zweckmäßig Linear-Potentionmeter mit Null in Mittelstellung.

Da der Streckenwiderstand sich nicht kontinuierlich ändert, sondern nur an den Streckenkilometern 1, 6 und 9 (0.1 ME, 0.6 ME und 0.9 ME), wird die Rechnung hier angehalten, der neue Streckenwiderstand (0.333, -0.233 und 0) eingestellt und die Rechnung fortgesetzt.

Der Bediener muss sich dann primär um das Einstellen des Reglers für die Beschleunigung kümmern, gegebenenfalls auch die Rechnung anhalten. Hier ist ein Schieberegler mit Skala, evtl nachgeschaltetem Pufferverstärker, nützlich.

Falls ein x/y-Schreiber vorhanden ist, sollte dieser mit der Geschwindigkeit beispielsweise in x-Achse gespeist werden, und der Potentiometerwert zusätzlich auf die y-Richtung gelegt werden. Ein aufgelegtes Blatt Papier kann dann die Sollkurve(n) darstellen, so dass der Bediener durch sein Potentiometer auf die Kurven einstellen muss, anstatt die Werte aus einer Tabelle zu entnehmen.

Bei dem Regler für die Beschleunigung ist, wie beim Fahrdiagraphen, der Fahrwiderstand einzuberechnen.

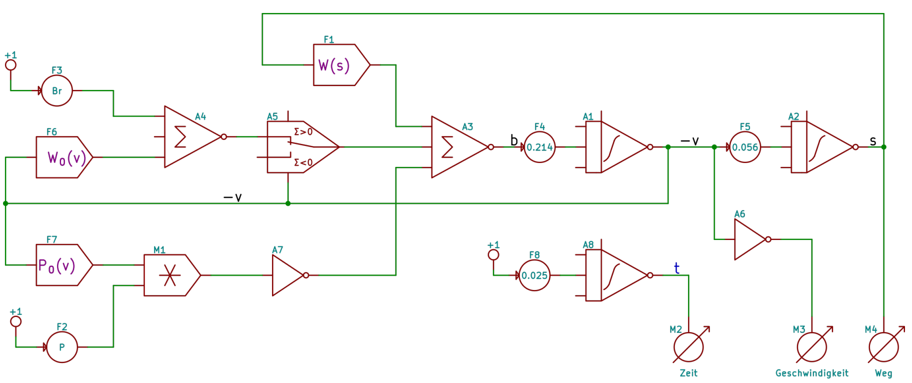
Der Streckenwiderstand kann auch gut durch einen Funktionsgenerator eingestellt werden, so dass die Rechnung nicht mehr angehalten werden muss. Allerdings sind meist die eingebauten Funktionsgeneratoren nicht für Stufenfunktionen geeignet.

Um mit den Reglern *F1* und *F2* sowohl positive als auch negative Werte eingeben zu können, sollen sie in Mittelstellung unwirksam sein. Dies wird in Analogrechnern dadurch erreicht, dass der Wert doppelt gewichtet und -1 addiert wird, oder -0.5 addiert und das Ergebnis doppelt gewichtet wird. Da einer der Regler in Mittelstellung +0.5 und der andere -0.5 bedeutet, ist keine Konstante notwendig; es ist lediglich der Ausgang doppelt zu gewichten; daher der Faktor 0.428 anstelle der oben angegebenen 0.214.

Sofern die Skala nicht geändert wird oder werden kann, ist 0.5 zu dem halben gewüschten Wert zu addieren; für den Streckenwiderstand ist 0.5, 0.667, 0.394 und 0.5 anstelle von 0.0, 0.333, -0.233 und 0.0 einzustellen. Für den Antrieb sind es dann 0.833 (20 kp/t), 0.75 (15 kp/t) und 0.167 (-20 kp/t).

3.3. Erweiterte Version

In der erweiterten Version gibt es einen Fahrtregler und einen Bremsregler:



Die Nachbildung des Fahrwiderstands kann recht gut durch eine Parabel erfolgen (in ME):

$$W_0\,(v) = 0.267\ v^2 - 0.033\ v + 0.1$$

Zum Testen kann auch eine Gerade verwendet werden (ME):

$$W_{0(v)} = 0.2\ v + 0.1$$

Diese Kurve für den Fahrtwiderstand beginnt mit dem Wert 3 kp/t bei Geschwindigkeit null, und es muss vermieden werden, dass dadurch der Zug in Gegenrichtung beschleunigt wird. Bei dem Fahrtdiagraphen von Knorr kann der Bediener dies berücksichtigen, indem er den Regler auf Null stellt, wenn der Zug zum Halt gekommen ist.

Ähnliches gilt für den Bremsregler, der bei Geschwindigkeit Null den Zug nicht beschleunigen darf. Bremskraft und Fahrtwiderstand müssten also dem Vorzeichen der Geschwindigkeit folgen.

Da aber weder das Verhalten am Anfang und Ende noch eine Rückwärtsfahrt berücksichtigt werden müssen, wird die Summe von eingestellter Bremsverzögerung und Fahrtwiderstand abgeschaltet, wenn die Geschwindigkeit Null (oder kleiner) ist. Dies gilt natürlich nicht für den Streckenwiderstand.

Da das Diagramm für den Streckenwiderstand nur vier Segmente umfasst, könnte es sinnvollerweise durch einen Funktionsgenerator dargestellt werden (der jedoch Sprungfunktionen und negative Ausgangswerte erzeugen können muss).

Weiterhin sollte der Abfall des Antriebs bei größeren Geschwindigkeiten durch einen Funktionsgenerator bestimmt werden; der vom Fahrtregler des Lokomotivführers gegebene Wert wird dann damit multipliziert.

Da fast alle Analogrechner unterschiedlich sind, ist die obige Schaltung nur als Prinzipschaltung zu verstehen.

4. Rechnung mit dem Analogrechner RG-14

Der Analogrechner RG-14 https://rclab.de/analogrechner/rg14-mini unterscheidet sich in einigen technischen Details von anderen, konventionell aufgebauten:

- Funktoren wie Addierer, Integrierer usw. haben Stromeingänge und Spannungsausgänge, damit gibt es keine Limitierung der Eingänge
- Die Verbindung muss immer über einen Faktorkoppler erfolgen, der eine Spannung in einen Strom gegen Masse umsetzt
- Faktoren können und müssen nicht in der Schaltung justiert werden
- Abschalten von Integrierern durch schaltbare Faktorkoppler
- Frei verdrahtete Dioden etc sind nicht vorgesehen

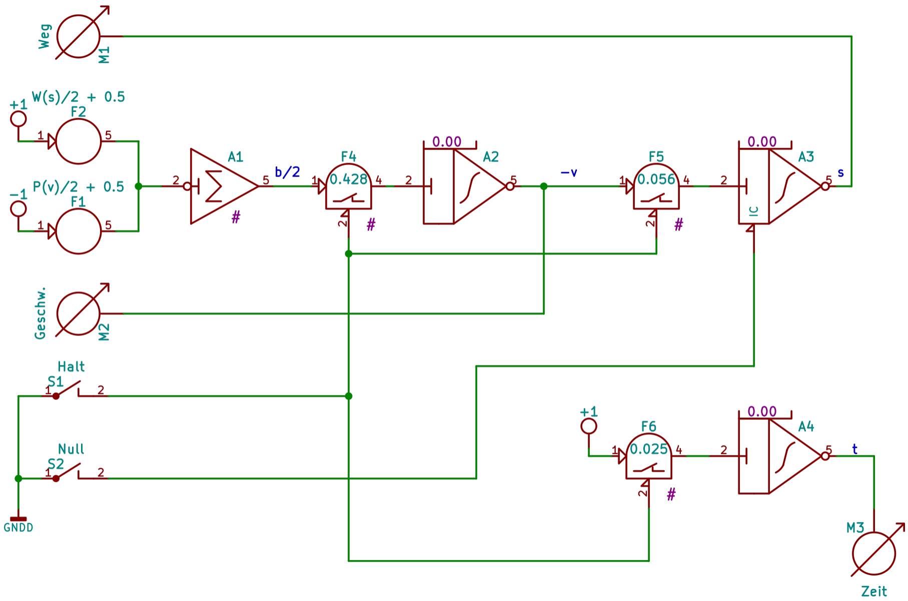
Demgemäß wird eine etwas andere Symbolik verwendet, in der z.B. bei einem Summierer die Stromsenke als T-Stück angedeutet wird.

In der Mini-Version werden die Rechenelemente aufgesteckt, nicht ein Steckbrett in ein Chassis, so dass die Bestückung variabel und flexibel ist. Es können so 9, 18 und 26 Moduln gesteckt werden, wobei etwa ein drittel Funktionsmoduln und der Rest Faktorkoppler sind, so dass in der 3-fach Ausführung etwa 9 Addierer, Integrierer oder Multiplizierer in beliebiger Mischung verwendet werden können, wobei die Addierer die Gleichrichter und Spannungsdiskriminatoren umfassen. Aus praktischen Erwägungen haben die Funktionselemente jeweils einen (nicht schaltbaren) zusätzlichen Spannungseingang mit dem Gewicht 1, der damit häufig einen Platz für einen Koppler spart.

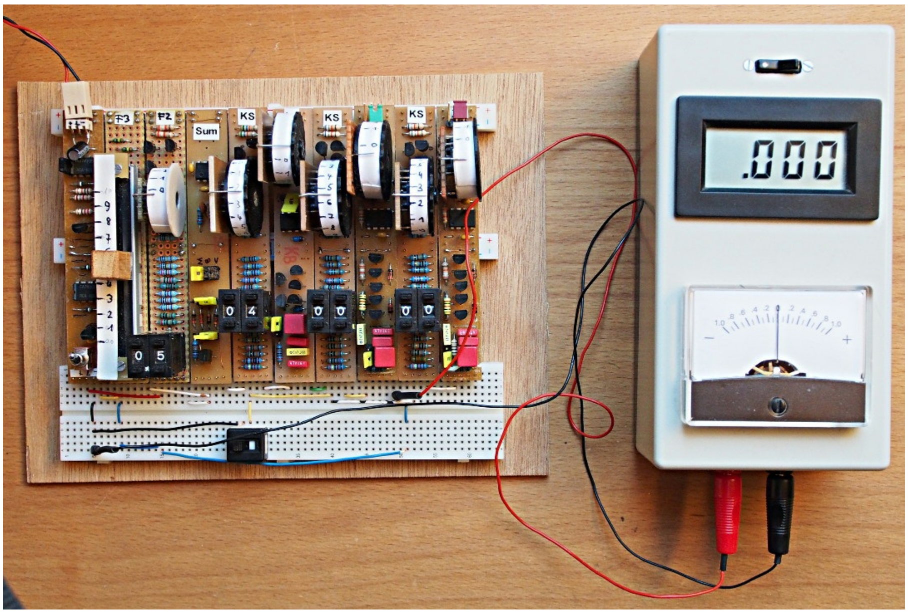
In den größeren (noch nicht gebauten) Versionen wird ein Bus verwendet, auf den sich die Koppler mit Relais aufschalten, die von einer (digitalen) Steuerung in wenigen Sekunden eingestellt werden können.

4.1. Minimalversion

Die Minimalversion unterscheidet sich durch die abschaltbaren Faktorkoppler, die Taste zum Anhalten, und die Taste zum Zurücksetzen des Weges (wird nur benötigt, wenn in zwei Teilen integriert wird).



Eine vorläufiger Aufbau mit der experimentellen Variante RG14-Mini, bei dem das Meßinstrument zum Ablesen umgesteckt wird und bei den markierten Werten angehalten wurde, um neue Werte für P oder W einzugeben, sieht so aus:



Der Ablauf erfordert Konzentration, da er relaiv schell ist; ein angemessener Aufbau mit großen Analog-Instrumenten und längeren Schiebereglern ist vorzuziehen.

Die Werte von P und W sind die bis zum Halt geltenden:

P	W	v	s	t	
0.83	0.50	*0.457	0.035	0.078	bis v=45km/h
0.65		0.617	*0.108	0.185	bis s=1km
	0.66	0.580	*0.593	0.551	bis s=6km
	0.40	0.873	*0.801	0.687	bis s=8km
0.15		0.613	*0.882	0.750	bis s=9km
	0.5	*0.000	0.957	0.855	bis v=0

Der Zug kam 400m vor der Einfahrt nach 11.4 min Fahrzeit zum Stehen.

Die Gegenrichtung:

P	W	v	s	t

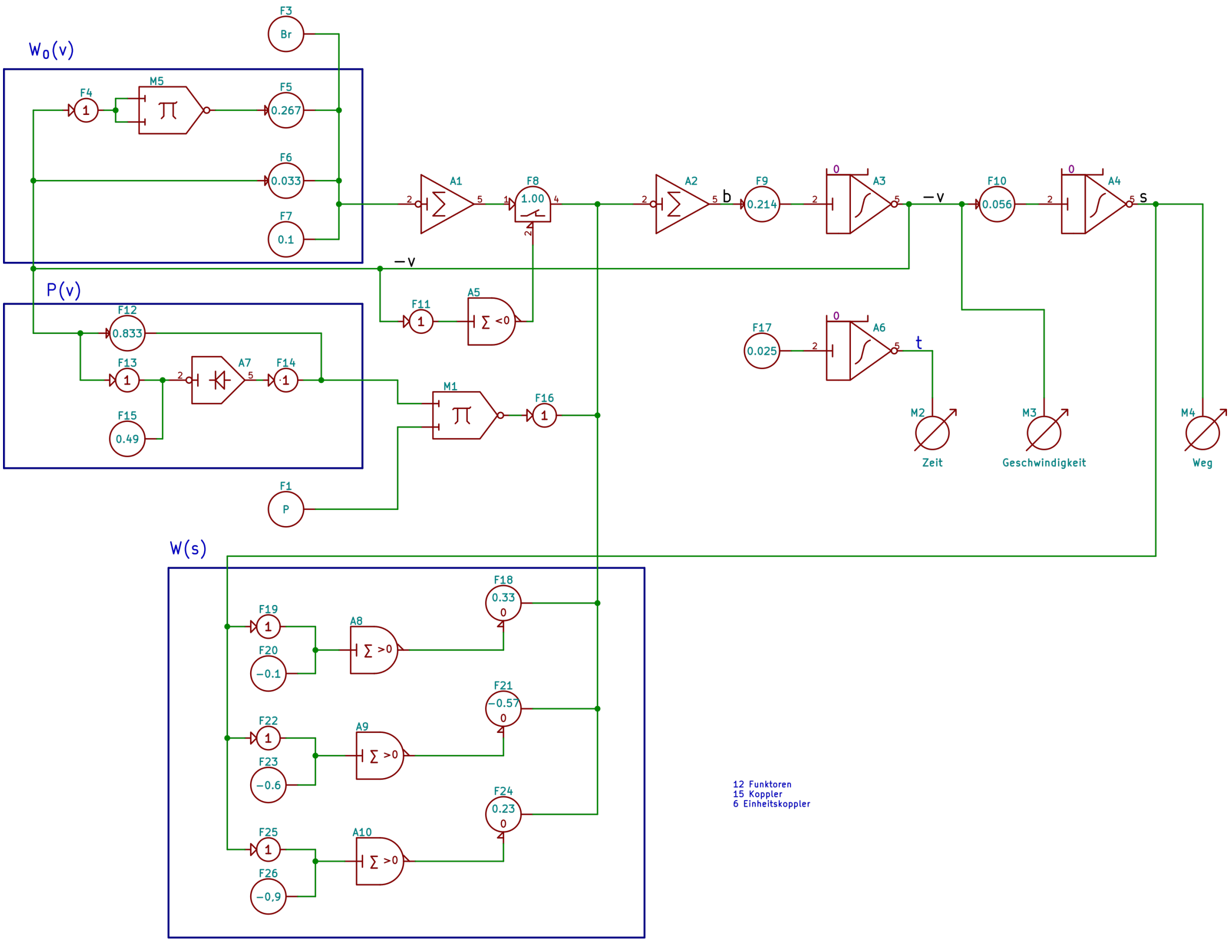
0.83	0.50	*0.455	0.034	0.077	bis v=45km/h
0.65		0.618	*0.110	0.146	bis s=1km
	0.60	0.771	*0.398	0.348	bis s=4km
	0.37	*1.000	0.487	0.399	bis v=100km/h
0.35	0.37	0.907	*0.793	0.584	bis s=8km
0.15		0.867	*0.900	0.649	bis s=9km
	0.5	*-0.047	1.060	0.826	bis v=0

Der Zug kam 50m nach dem Bahnhof zu Stehen; die Fahrzeit betrug 11.01 min.

Die Berechnung der Gegernrichtung war erheblich schneller als die entsprechende manuelle Rechung.

4.2. Erweiterte Version

In der erweiterten Version gibt es lediglich einen Brems- und Fahrtregler; die Funktionen *W(s)*, W_0 *(s)* und *P(v)* werden mit den vorhandenen Bausteinen erzeugt:



Hier ist der Regler *P* immer eine Beschleunigung, und die Funktion W_0 *(v)* immer eine Verzögerung. Die Funktion *W(s)* kann negative Werte ausgeben. Daher ist der Faktor vor dem ersten Integrierer 0.214 und nicht verdoppelt.

5. Funktions-Ein- und -Ausgabe

Knorr verwendet für die Abtastung von Funktionen eine horizontale Platte, die in y-Richtung von der Maschine verschoben wird. Senkrecht dazu, in x-Richtung, wird von einem Benutzer ein Schieber verschoben.

Für die Ausgabe wird eine Trommel verwendet, die entsprechend der Fahrzeit rotiert und auf der die x-Auslenkungen der beiden Eingabe-Platten durch Umlenkrollen als y-Auslenkungen aufgeschrieben werden. Man könnte genausogut eine weiterer Platte verwenden, hätte dann aber einen größeren Platzbedarf in x-Richtung.

Stiftplotter für Analogrechner wurden meist so gebaut, dass ein Wagen durch einen Motor in x-Richtung über einer feststehenden Platte geführt wurde, auf dem der Stift in y-Richtung durch einen weiteren Motor verschoben wird. Da sich elektrische Signale leicht durch flexible Kabel führen lassen, ist diese Anordnung möglich und hat sich wegen des geringen Platzbedarfs etabliert. Ausserdem ist die Masse des Schlittens in x-Richtung relativ gering, so dass schnelle Bewegungen möglich sind.

Die Knorr'sche Anordnung hat den Vorteil der mechanischen Unabhängigkeit beider Antriebe. Dem stehen als Nachteile entgegen, dass die Platte eine höhere Masse hat als ein Schlitten, und während des Betriebs zusätzlicher Platz in y-Richtung benötigt wird.

Wie bei der üblichen Anordnung werden beide Achsen als Servo-Antriebe gesteuert, da damit wesentlich schnellere Bewegungen möglich sind als mit Schrittmotoren.

Zur Positionsermittlung wird ein Widerstandsdraht auf der Länge der Bewegung verwendet, der von einer (kleinen) federnden Rolle nach unten gegen eine Messing- oder Stahlleiste gedrückt wird. Damit ist keine flexible Zuführung notwendig; ist der Draht 240mm lang und wird bis 2cm an ein Ende geführt, dann ist die Dehnung 0,2mm, die zwar durch seine Elastizität aufgefangen würde; um ihn gespannt zu halten, ist dennoch eine Feder sinnvoll.

Als Eingabe muss — wie beim Elektronenstrahl-Funktionsgeber — eine Schablone verwendet werden, die als Scherenschnitt zwischen dem Datenpunkt und der x-Achse schwarz, darüber weiß ist. Dann kann anstelle eines Zeichenstiftes ein Helligkeitssensor verwendet werden, der dann den y-Wert auf die Schwarz-Weiß-Grenze regelt.

6. Anhang

6.1. Berechnung der Beispielstrecke

Die Beispielstrecke von 10km Länge hat vier Abschnitte:

- 1km Ausfahrt aus dem Bahnhof (Streckenwiderstand Null)
- 5km Steigung mit einem Widerstand von 10 kp/t = 0.1 m/s²
- 3km Gefälle mit -8 kp/t = -0.08 m/s²
- 1km Einfahrt in den Zielbahnhof

mit den weiteren Daten:

- Fahrwiderstand des Zuges auf ebener Strecke: 3 kp/t = 0.03 m/s² bei 0 km/h, linear steigend auf 10 kp/t = 0.1 m/s² bei 100km/h.
- Beschleunigung durch die Lokomotive von 25 kp/t = 0.25 m/s² gleichbleibend bis 45km/h, dann linearer Abfall auf 7kp/t = 0.07 m/s² bei 100 km/h.
- Bremsverzögerung zwischen 0 und 30 kp/t = 0.3 m/s²
- Zulässige Höchstgeschwindigkeit des Zuges: 100 km/h

Die Anfangsbeschleunigung ist konstant 0.21 m/s², also wäre die Fahrzeit bis 1km gegeben durch:

$s = b/2\ t^2$

$t = \sqrt{(2s/b)} = 98$ sec

$v = b\ t = 20$ m/s = 72 km/h

Da jedoch ab 45 km/h = 12 m/s die Fahrtleistung reduziert werden soll, ist die Zeit und Fahrstrecke bis dorthin zu ermitteln:

$t = v / b = 57$ sec ~ 1 min

$s = 378$m

Ab dort wird der Antrieb kontinuierlich reduziert, bis der Streckenwiderstand erreicht ist; das sei bei 70 km/h = 20 m/s der Fall. Der Einfachheit halber wird mit der mittleren Zugkraft von 15 kp/t = 0.15 m/s² gerechnet:

$t = v / b = 167$ sec

$s = 3$ km

Unter Berücksichtigung der verbleibenden 600m bei der Ausfahrt werden somit 2.6km mit 70 km/h gleichbleibender Geschwindigkeit für 134 sec bis zum Scheitelpunkt gefahren; die gesamte Fahrzeit bis dorthin sind also 57s + 167s + 134s = 6 min.

Am Scheitelpunkt beginnt das Gefälle, bei dem zunächst die Geschwindigkeit auf 100 km/h gesteigert wird. Da hier die Antriebsbeschleunigung vereinfacht linear von 15 kp/t auf 0 kp/t reduziert wird, mag mit einen mittleren Wert von 7.5 kp/t gerechnet werden, also eine Gesamtbeschleunigung von 15.5 kp/t = 0.155 m/s²; das ergibt bei einer mittleren Geschwindigkeit von 85 km/h = 24 m/s:

$t = v / b = 154$ sec

$s = 1/2\ b\ t^2 = 1.8$ km

Etwa 1.2 km vor dem Ende des Gefälles müsste also gebremst werden, um die Höchstgeschwindigkeit von 100 km/h nicht zu überschreiten. Da bei 100 km/h der Fahrtwiderstand 10 kp/t ist und das Gefälle mit 8 kp/t beschleunigt, reicht eine Rücknahme des Antriebs.

Für die Einfahrt in den Bahnhof soll für den Komfort der Fahrgäste die Bremsverzögerung nicht mehr als 20 kp/t = 0.2 m/s² betragen; die maximale Geschwindigkeit am Beginn der letzten 1km ist damit:

$t = \sqrt{(2s/b)} = 100$ sec

$v = b * t = 20$ m/s = 72 km/h

Es muss also noch im Gefälle die Geschwindigkeit reduziert werden. Um von 100 km/h = 28 m/s auf 0 mit 0.2 m/s² abzubremsen, ist:

$t = v / b = 140$ sec

$s = b/2\ t^2 = 2$ km

Somit muss 1km vor Ende des Gefälles gebremst werden, so dass der Zug eine Gesamtverzögerung von 20 kp/t erfährt. Dabei bremst der Fahrwiderstand mit 10kp/t, während das Gefälle mit 8 kp/t beschleunigt, so dass die Bremsanlage anfänglich nur 18 kp/t und am Gefälle-Ende 21 kp/t liefern muss, da der Fahrtwiderstand auf 7 kp/t gefallen ist. Mit dem Ende des Gefälles muss die Bremsanlage 8 kp/t weniger leisten, also 13 kp/t, die bis zur Einfahrt in den Bahnhof wieder auf 20 kp/t ansteigen. Die Fahrzeit hierfür beträgt 140 sec. Dazu kommen 180 sec Beschleunigungsphase am Beginn des Gefälles, so dass die Fahrzeit vom Gipfel bis in den Zielbahnhof 320 sec oder etwas mehr als 5 min beträgt.

Die gesamte Fahrzeit ist damit ca. 6 min für den Aufstieg und ca. 5 min für den Abstieg, also 11 min für 10 km, mithin immerhin eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 55 km/h.

6.2. Referenzen

Bülow1989:

Ralf Bülow: *Udo Knorr und der Fahrdiagraph*. in: Wissenschaftliches Jahrbuch, Deutsches Museum München (1989) ISBN 3-924183-13-9 g

Knorr1924:

Dr.Ing. Knorr: *Der Fahrdiagraph.* In: Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens. 79 (1924), S. 353-358 mit Tafel 35 und 36